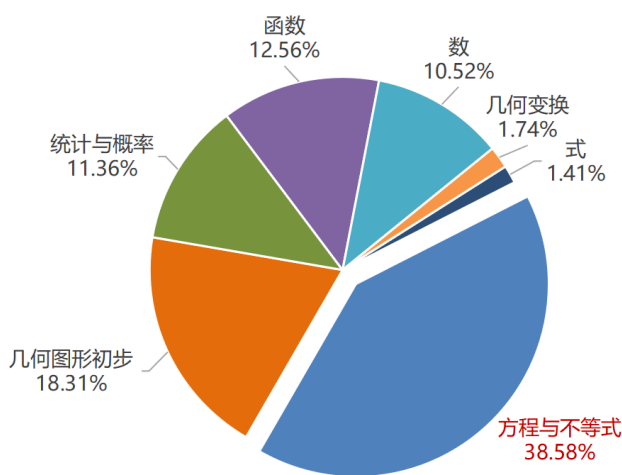


第1讲 二元一次方程组综合应用

二元一次方程（组）、一元一次不等式（组）属于人教版第八章、第九章的内容，这部分的易错点为解方程与不等式组，学生易在计算上出错，难点为实际应用与含参方程（组）、不等式（组）；这部分内容是期末考试的高频考点，其中解方程、解不等式以及实际应用属于必考内容，故这部分我们分为《二元一次方程（组）与一元一次不等式（组）》、《二元一次方程（组）》、《一元一次不等式（组）》、《方程、不等式综合》四个模块。本模块为《方程、不等式综合》，旨在帮助学生利用二元一次方程（组）及不等式（组）解决含参问题。

本模块难度稍大，适用于二元一次方程（组）与不等式（组）的短期突破，本模块分为二元一次方程组综合应用、方程（组）与不等式（组）综合2讲内容，帮助学生了解含参二元一次方程（组）的常见题型，梳理这部分的解题思路。



一、同解方程

例题1

已知方程组 $\begin{cases} mx + 3ny = 1 \\ 5x - ny = n - 2 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} 3x - y = 6 \\ 4x + 2y = 8 \end{cases}$ 有相同的解，则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解：

【教法备注】

已知方程组 $\begin{cases} mx + 3ny = 1 \\ 5x - ny = n - 2 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} 3x - y = 6 \\ 4x + 2y = 8 \end{cases}$ 有相同的解，则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解： $\begin{cases} 3x - y = 6 \\ 4x + 2y = 8 \end{cases}$ ，

解得 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$ 。

将 x 、 y 代入第一个方程组可得 $\begin{cases} 2m = 1 \\ 10 = n - 2 \end{cases}$ ，

解得 $\begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = 12 \end{cases}$ 。

总结：对于同解问题，即条件 B 是某方程（组）与方程组 A 同解，我们可以解出这个相同的解再代入，

练习1

1. 如果二元一次方程组 $\begin{cases} x + y = 3a \\ x - y = 9a \end{cases}$ 的解是二元一次方程 $2x - 3y + 12 = 0$ 的一个解，那么 a

的值是（ ）。

A. $\frac{3}{4}$

B. $-\frac{4}{7}$

C. $\frac{7}{4}$

D. $-\frac{4}{3}$

【答案】B

【解析】依题意知， $\begin{cases} x + y = 3a \text{ ①} \\ x - y = 9a \text{ ②} \end{cases}$ ，由①+②得 $x = 6a$ ，把 $x = 6a$ 代入①得 $y = -3a$ ，把

$\begin{cases} x = 6a \\ y = -3a \end{cases}$ 代入 $2x - 3y + 12 = 0$ 得 $2 \times 6a - 3(-3a) + 12 = 0$ ，解得： $a = -\frac{4}{7}$ 。

【标注】【知识点】二元一次方程组的同解问题

2. 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 3x + 2y = m + 3 \\ 2x - y = 2m - 1 \end{cases}$ 的解 x 与 y 的值互为相反数, 试求 m 的值.

【答案】 -10 .

【解析】 由题意得 $\begin{cases} 3x + 2y = m + 3 \text{ ①} \\ 2x - y = 2m - 1 \text{ ②} \\ x + y = 0 \text{ ③} \end{cases}$

由③得: $x = -y$ ④,

把④代入①得: $y = -m - 3$,

把④代入②得: $x = \frac{2m - 1}{3}$,

$$\therefore -m - 3 + \frac{2m - 1}{3} = 0,$$

解得 $m = -10$.

【标注】【知识点】代入消元法解二元一次方程组

|| 例题2

已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ ax + by = 1 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} 3x - y = 8 \\ 2ax - 3by = 7 \end{cases}$ 同解, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

解:

【教法备注】

已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ ax + by = 1 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} 3x - y = 8 \\ 2ax - 3by = 7 \end{cases}$ 同解, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

解方程组 $\begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ 3x - y = 8 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$,

将 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ 代入 $\begin{cases} ax + by = 1 \\ 2ax - 3by = 7 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} 3a + b = 1 \\ 6a - 3b = 7 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = -1 \end{cases}$.

故答案为: $\frac{2}{3}; -1$.

总结：当题目里出现比较多的参数时、往往要重组方程组。

重组方程组：找出方程组 A 中不含参数或参数少的方程、与条件 B 联立、解这个新的方程组、再代入含参的方程中。

练习2

3. 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 4x - y = -5 \\ ax + by = -1 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} 3x + y = -9 \\ 3ax + 4by = 18 \end{cases}$ 有相同的解，那么 $\sqrt{a+b}$ 的平方根是 ()。
- A. 0 B. ± 1 C. $\pm\sqrt{2}$ D. ± 2

【答案】C

【解析】 $\therefore \begin{cases} 4x - y = -5 \\ ax + by = -1 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} 3x + y = -9 \\ 3ax + 4by = 18 \end{cases}$ 有同解，
 $\therefore \begin{cases} 4x - y = -5 \text{ ①} \\ 3x + y = -9 \text{ ②} \end{cases}$ ，
①+②： $7x = -14$
 $x = -2$ ，
将 $x = -2$ 代入①，
 $4 \times (-2) - y = -5$
 $y = -3$ 。
 $\therefore \begin{cases} -2a - 3b = -1 \text{ ③} \\ -6a - 12b = 18 \text{ ④} \end{cases}$ ，
① $\times 3$ -②： $-6a - 9b + 6a + 12b = -21$
 $b = -7$ ，
将 $b = -7$ 代入①： $-2a - 3 \times (-7) = -1$
 $a = 11$ 。
 $\therefore \sqrt{a+b} = \sqrt{11-7} = \sqrt{4} = 2$ ，
 $\therefore 2$ 的平方根为 $\pm\sqrt{2}$ ，
 $\therefore \sqrt{a+b}$ 的平方根是 $\pm\sqrt{2}$ 。
故选C。

【标注】【知识点】二元一次方程组的同解问题

4. 若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} mx + 2ny = 4 \\ x + y = 1 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} x - y = 3 \\ nx + (m-1)y = 3 \end{cases}$ 有相同的解。
- (1) 求这个相同的解。
- (2) 求 m, n 的值。

【答案】 (1) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$.

(2) $m = 6, n = 4$.

【解析】 (1) 联立得: $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$.

(2) 把 $x = 2, y = -1$ 代入得: $\begin{cases} m - n = 2 \\ 2n - m = 2 \end{cases}$,

解得: $m = 6, n = 4$.

【标注】【知识点】二元一次方程组的同解问题

5. 回答下列问题.

(1) 已知方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$, 求方程组 $\begin{cases} a_1(x-1) - 2b_1(y+2) = 3c_1 \\ a_2(x-1) - 2b_2(y+2) = 3c_2 \end{cases}$ 的解.

(2) 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x - 2y = 6 - 7k \\ 2x + 3y = 2k - 7 \end{cases}$ 的解满足 $x + y = 2k$.

① 试判断该方程组的解是否也是方程组 $\begin{cases} x + y = 8 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$ 的解.

② 求 k 的值.

【答案】 (1) $\begin{cases} x = 4 \\ y = -5 \end{cases}$.

(2) ① 不是.

② -1 .

【解析】 (1) 观察形式知 $\begin{cases} x - 1 = 3 \times 1 \\ -2(y + 2) = 3 \times 2 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} x = 4 \\ y = -5 \end{cases}$.

(2) ① 由题设知 $3(2x + 3y) + (x - 2y) = 3(2k - 7) + (6 - 7k)$, $x + y = 2k$,

故 $3(2k - 7) + (6 - 7k) = 14k$, 解得 $k = -1$.

代回得 $\begin{cases} x - 2y = 13 \\ 2x + 3y = -9 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -5 \end{cases}$,

经验算不是方程组 $\begin{cases} x + y = 8 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$ 的解.

② 由①知 $k = -1$.

【标注】【知识点】由二元一次方程组的解求参数的值

二、错解方程

例题3

王老师让全班同学们解关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} 2x + ay = 1 & \text{①} \\ bx - y = 7 & \text{②} \end{cases}$ （其中 a 和 b 代表确定的数），甲、乙两人解错了，甲看错了方程①中的 a ，解得 $\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases}$ ，乙看错了②中的 b ，解得 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$ ，请你求出这个方程组的正确解。

解：

【教法备注】

王老师让全班同学们解关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} 2x + ay = 1 & \text{①} \\ bx - y = 7 & \text{②} \end{cases}$ （其中 a 和 b 代表确定的数），甲、乙两人解错了，甲看错了方程①中的 a ，解得 $\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases}$ ，乙看错了②中的 b ，解得 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$ ，请你求出这个方程组的正确解。

解：由题意可知， $\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases}$ 不是方程①的解， $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$ 不是方程②的解，把 $\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases}$ 代入方程②中，

得 $b + 4 = 7$ ，解得 $b = 3$ 。把 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$ 代入方程①中，得 $-2 + a = 1$ ，解得 $a = 3$ 。

把 $\begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \end{cases}$ 代入方程组 $\begin{cases} 2x + ay = 1 \\ bx - y = 7 \end{cases}$ 中，

得 $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$ ，

解得 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ 。

∴原方程组的解应为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ 。

总结：对于错解问题，即条件 B 是方程组 A 中某个参数值被看错时得到的错解，我们同样可以用这个解代入没被看错的方程、反推出需要要求的参数值。

练习3

6. 甲、乙两人共同解关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} ax + by = 5 \text{ ①} \\ 3x + cy = 2 \text{ ②} \end{cases}$, 甲正确地解得 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$, 乙看错了方程②中的系数 c , 解 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$, 则 $(a + b + c)^2$ 的值为 ().
- A. 16 B. 25 C. 36 D. 49

【答案】 B

【解析】 由甲 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ 代入得: $\begin{cases} 2a - b = 5 \\ 6 - c = 2 \end{cases}$,
解得: $c = 4$,
由乙 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ 代入得: $3a + b = 5$,
联立得: $\begin{cases} 2a - b = 5 \\ 3a + b = 5 \end{cases}$,
解得: $\begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$,
则 $(a + b + c)^2 = (2 - 1 + 4)^2 = 25$,
故选: B.

【标注】 【知识点】 二元一次方程组的看错系数问题

7. 甲、乙两人在解方程组 $\begin{cases} ax + 5y = 15 \\ 4x = by - 2 \end{cases}$ 时, 甲看错了字母 a , 解得 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$, 乙看错了字母 b , 解得 $\begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$, 试求 $a^{2016} + \left(-\frac{1}{10}b\right)^{2017}$ 的值.

【答案】 0

【解析】 将 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ 代入 $4x = by - 2$ 得, $8 = b - 2$,
解得 $b = 10$,
将 $\begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$ 代入 $ax + 5y = 15$,
得 $5a + 20 = 15$,
解得 $a = -1$,
 $\therefore a^{2016} + \left(-\frac{1}{10}b\right)^{2017} = 1 - 1 = 0$.

【标注】 【知识点】 二元一次方程组的看错系数问题

8. 甲、乙二人解关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx - 7y = 8 \end{cases}$ ，甲正确地解出 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$ ，而乙因把 c 抄错了，结果解得 $\begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$ ，求 a 、 b 、 c 的值，并求乙将 c 抄成了何值？

【答案】 a 的值是4， b 的值是5， c 的值是-2，乙把 c 抄成了-11。

【解析】 把 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$ 代入方程组 $\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx - 7y = 8 \end{cases}$ ，

$$\text{可得} \begin{cases} 3a - 2b = 2 \\ 3c + 14 = 8 \end{cases}$$

解得： $c = -2$ ，

把 $\begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$ 代入 $ax + by = 2$ 中，

$$\text{可得：} -2a + 2b = 2，$$

$$\text{可得新的方程组：} \begin{cases} 3a - 2b = 2 \\ -2a + 2b = 2 \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} a = 4 \\ b = 5 \end{cases}$$

把 $\begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$ 代入 $cx - 7y = 8$ 中，可得： $c = -11$ ，

答： a 的值是4， b 的值是5， c 的值是-2，乙把 c 抄成了-11。

【标注】【知识点】二元一次方程组的看错系数问题

三、二元一次方程组解的情况

|| 例题4

当 m 、 n 为何值时，关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} mx - y = -n \\ (2m - 1)x - y = -4 \end{cases}$ ，有唯一解；有无数解；无解。

解：

【教法备注】

当 m 、 n 为何值时，关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} mx - y = -n \\ (2m - 1)x - y = -4 \end{cases}$ ，有唯一解；有无数解；无解。

解： $\begin{cases} mx - y = -n \text{ ①} \\ (2m - 1)x - y = -4 \text{ ②} \end{cases}$

由②-①，得： $(m - 1)x = n - 4$ ，

(1) 当 $m - 1 \neq 0$ ，即 $m \neq 1$ ， n 取任意值，有唯一解；

(2) 当 $m - 1 = 0$ ， $n - 4 = 0$ 时，即 $m = 1$ ， $n = 4$ 时，有无数多解。

(3) 当 $m - 1 = 0$ ， $n - 4 \neq 0$ ，即 $m = 1$ ， $n \neq 4$ 时，无解。

总结：

关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ ， a_1 、 a_2 、 b_1 、 b_2 、 c_1 、 c_2 均为实数，则解的情况有以下三种：

① 当 $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ 时，方程组有唯一的解；

(即当 x 与 y 的系数不成比例，常数取任意值时，有唯一解)

② 当 $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ 时，方程组有无数多解；

(即当 x 、 y 与常数的系数都成比例时，有无数个解)

③ 当 $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ 时，方程组无解。

(即当 x 与 y 的系数成比例，常数不成比例时，无解)

练习4

9. 若关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} 2x - 3ay = 4 \\ 4x - (2a - 1)y = 18 \end{cases}$ 只有一组解，则 a ()。

A. $= \frac{1}{2}$

B. $\neq -\frac{1}{2}$

C. $= \frac{1}{4}$

D. $\neq -\frac{1}{4}$

【答案】D

【解析】 $\begin{cases} 2x - 3ay = 4 \text{ ①} \\ 4x - (2a - 1)y = 18 \text{ ②} \end{cases}$

① $\times 2$ 得： $4x - 6ay = 8$ ③，

②-③得： $-(2a - 1)y + 6ay = 10$ ，

整理得： $(1 + 4a)y = 10$ ④，

又 $\because$ 原方程组只有一组解即有解，

$\therefore 1 + 4a \neq 0$ 即 $a \neq -\frac{1}{4}$ ，

故选D。

【标注】【知识点】二元一次方程组解的情况

10. 关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} 4x + 4ky + 1 = 0 \\ 8y - 4x = 1 \end{cases}$ 有无穷多组解，则 k 的值为_____.

【答案】 -2

【解析】 整理得 $\begin{cases} 4x + 4ky = -1 \\ -4x + 8y = 1 \end{cases}$ ，
所以 $\frac{4}{-4} = \frac{4k}{8} = \frac{-1}{1}$ ，
 $\therefore k = -2$.

【标注】【知识点】二元一次方程组解的情况

11. 已知关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} by = a + 2 - (a + 1)x \\ 3x + 2y = 4 \end{cases} (a \neq \pm 1, b \neq 0)$ ，

分别求出当 a 和 b ，满足何条件时，方程组.

(1) 有唯一一组解.

(2) 无解.

(3) 有无穷多组解.

【答案】 (1) $b \neq \frac{2a+2}{3}$ 时，方程组有唯一一组解.

(2) $a \neq 2$ 且 $2a + 2 = 3b$ 时，方程组无解.

(3) $\begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases}$ 时，方程组有无穷多组解.

【解析】 (1) 原方程组可化为 $\begin{cases} (a+1)x + by = a+2 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$

$\therefore$ 有唯一一组解，则 $(a+1):3 \neq b:2$ ，

$\therefore 3b \neq 2a+2$ ，

即 $b \neq \frac{2a+2}{3}$.

(2) 无解：

则 $(a+1):3 = b:2 \neq (a+2):4$ ，

$\therefore 4a+4 = 6b \neq 3a+6$ ，

$\therefore a \neq 2$ 且 $2a+2 = 3b$.

(3) 无穷多组解：

$(a+1):3 = b:2 = (a+2):4$ ，

$\therefore 4a+4 = 6b = 3a+6$

$\therefore \begin{cases} 4a+4 = 3a+6 \\ 4a+4 = 6b \end{cases}$ ，

$$\therefore \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases}.$$

【标注】【知识点】二元一次方程组解的情况

四、含参二元一次方程组整数解问题

|| 例题5

如果关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 5x + 3y = 31 \\ x + y = p \end{cases}$ 的解是正整数，求整数 p 的值。

解：

【教法备注】

如果关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 5x + 3y = 31 \\ x + y = p \end{cases}$ 的解是正整数，求整数 p 的值。

解：二元一次方程组 $\begin{cases} 5x + 3y = 31 \\ x + y = p \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = \frac{31 - 3p}{2} \\ y = \frac{5p - 31}{2} \end{cases}$ ，

$\therefore$ 方程组的解是正整数，

$$\therefore \begin{cases} \frac{31 - 3p}{2} > 0 \\ \frac{5p - 31}{2} > 0 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \frac{31}{5} < p < \frac{31}{3},$$

$\therefore p$ 为整数，方程组的解为正整数，

$$\therefore p = 7, 9.$$

总结：先解方程组，用含有未知数的式子表示出方程的解，然后再利用整除的思想求出参数的取值范围，然后求出一个未知数的值，再带入求另一个未知数的值，满足两个未知数都为整数即可。

|| 练习5

12. 如果关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ 6x + my = 26 \end{cases}$ 的解是整数, 那么整数 m 的值为 ().

A. 4, -4, -5, 13 B. 4, -4, -5, -13 C. 4, -4, 5, 13 D. -4, 5, -5, 13

【答案】B

【解析】由 $② \times 2 - ① \times 3$ 得: $y = \frac{34}{2m+9}$,

$\because x, y$ 是整数,

$\therefore y = -1, y = -2, y = -17, y = -34, y = 1, y = 2, y = 17, y = 34$,

将 y 的整数解代入 $①$, 得: $x = \frac{3}{4}, x = 0, x = -\frac{45}{4}, x = -24, x = \frac{9}{4}, x = 3$,

$x = \frac{57}{4}, x = 27$,

$\therefore$ 方程组 $\begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ 6x + my = 26 \end{cases}$ 的整数解是 $\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases}, \begin{cases} x = -24 \\ y = -34 \end{cases}, \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}, \begin{cases} x = 27 \\ y = 34 \end{cases}$

将方程组的整数解代入 $②$, 得: $m = -13, m = -5, m = 4, m = -4$.

【标注】【知识点】由二元一次方程的解求参数的值

13. 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x + y = 2a + 5 \\ x - y = 3a + 1 \end{cases}$ 解为正整数, 求满足条件的整数 a 的值.

【答案】 $a = 0, 2$.

【解析】 $\begin{cases} x + y = 2a + 5 \text{ ①} \\ x - y = 3a + 1 \text{ ②} \end{cases}$,

$① + ②$ 得 $2x = 5a + 6$, 解得 $x = \frac{5a+6}{2}$.

$① - ②$ 得 $2y = 4 - a$, 解得 $y = \frac{4-a}{2}$.

$\because x, y$ 为正整数.

$\therefore x = \frac{5}{2}a + 3 > 0, a > -\frac{6}{5}$.

$y = 2 - \frac{a}{2} > 0, a < 4$.

且 a 为偶数.

故 $a = 0, 2$.

【标注】【知识点】二元一次方程组的含参整数解问题

14. 若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} ax + 2y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$ 有非负整数解, 则满足条件的所有整数 a 值的和为 ().

A. -12 B. 7 C. 8 D. 13

【答案】B

【解析】

$$\text{解方程组 } \begin{cases} ax + 2y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases} \text{ 得: } \begin{cases} x = \frac{9}{a+2} \\ y = \frac{7-a}{a+2} \end{cases},$$

∵ 方程组有非负整数解,

$$\therefore \frac{9}{a+2} = 1 \text{ 或 } \frac{9}{a+2} = 3 \text{ 或 } \frac{9}{a+2} = 9,$$

解得 $a = 7$ 或 1 或 -1 ,

把 $a = 7$ 代入 $y = \frac{7-a}{a+2} = 0$, (符合题意),

把 $a = 1$ 代入 $y = \frac{7-a}{a+2} = 2$, (符合题意),

把 $a = -1$ 代入 $y = \frac{7-a}{a+2} = 8$, (符合题意),

$$7 + 1 + (-1) = 7,$$

故选B.

【标注】【知识点】二元一次方程组的含参整数解问题

15. 如果关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 5x + 3y = 31 \\ x + y = p \end{cases}$ 的解是正整数, 求整数 p 的值.

【答案】 $p = 7, 9$.

【解析】

$$\text{解: 二元一次方程组 } \begin{cases} 5x + 3y = 31 \\ x + y = p \end{cases} \text{ 的解为 } \begin{cases} x = \frac{31-3p}{2} \\ y = \frac{5p-31}{2} \end{cases},$$

∵ 方程组的解是正整数,

$$\therefore \begin{cases} \frac{31-3p}{2} > 0 \\ \frac{5p-31}{2} > 0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \frac{31}{5} < p < \frac{31}{3},$$

∵ p 为整数, 方程组的解为正整数,

$$\therefore p = 7, 9.$$

【标注】【知识点】二元一次方程组解的情况

16. 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 3x - y = 2a - 5 \\ x + 2y = 3a + 3 \end{cases}$ 的解都为正数.

(1) 求 a 的取值范围.

(2) 已知 $a + b = 4$, 且 $b > 0$, $z = 2a - 3b$, 求 z 的取值范围.

【答案】 (1) $a > 1$.

(2) $-7 < z < 8$.

【解析】 (1) $\begin{cases} 3x - y = 2a - 5 \text{①} \\ x + 2y = 3a + 3 \text{②} \end{cases}$,

① $\times 2$ +②得： $x = a - 1$,

② $\times 3$ -①得： $y = a + 2$,

$\therefore$ 原方程组的解均为正数 ,

$$\therefore \begin{cases} a - 1 > 0 \\ a + 2 > 0 \end{cases} ,$$

$\therefore a > 1$.

(2) $a + b = 4$, $b > 0$,

$\therefore b = 4 - a > 0$,

$\therefore 1 < a < 4$,

$\therefore z = 2a - 3b$,

$\therefore z = 5a - 12$,

$\therefore 1 < a < 4$,

$\therefore -7 < z < 8$.

【标注】【知识点】已知方程（组）解的范围，求参数范围